1) Dados los subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$:

$$U = \left\{ (x,y,z,t) \in \frac{\mathbb{R}^4}{x} + y - z = 0; y + t = 0 \right.$$

$$V = \left\{ (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4, \begin{matrix} x = 2\alpha - 2\beta \\ y = \alpha - \beta \\ z = \alpha - \beta \\ t = 3\alpha - 3\beta \end{matrix} \right\}$$

$$W = < (1,2,0,3), (2,4,0,6+a), (1,0,0,1), (2,1,1,a), (3,1,1,1) >$$

a) Halla una base de V.
b) Escribe las ecuaciones implícitas de V.
c) Escribe las ecuaciones paramétricas de U.
d) Halla una base de U+V. ¿Es esta suma directa?.
e) ¿Son U y V suplementarios?.
f) Estudia la dimW según los valores de a.
g) Para a=0 escribe las ecuaciones implícitas de W y un subespacio suplementario de W.

2) Se considera la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2(x)$ definida como

$$f(a,b) = a + b + bx + (a+b)x^2$$

a) Calcular la matriz asociada a f en las bases canónicas de $\mathbb{R}^2$y $\mathbb{R}^2(x)$
b) Decir si f es inyectiva. ¿Es f suprayectiva?
c) Calcular la matriz asociada a f en las bases $B_1 = \{(1,0)(1,1)\}$ de $\mathbb{R}^2$y $B_2 = \{1+x, x+x^2, 1+x^2\}$ de $\mathbb{R}^2(x)$.
d) Calcular $f^{-1} < 1 + x + x^2 >$ y expresar el resultado en la base B_1 de $\mathbb{R}^2$.

3) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 4 & 2-a & -1 & 4 \\ 4 & 0 & 1-a & 4 \\ 2a & 0 & -1 & a+2 \end{pmatrix}$$

Calcula $|A|$ y los valores de a para los que la matriz A tiene inversa