Cónicas

$a_{11}\cdot x^2+a_{22}\cdot y^2+2a_{12}x\cdot y+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0$

En coordenadas homogéneas $x\equiv\frac{x_1}{x_3}$ $y\equiv\frac{x_2}{x_3}$

$$(x_1\quad x_2\quad x_3)\cdot\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{12}&a_{22}&a_{23}\\a_{13}&a_{23}&a_{33}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=0$$

$$X^t\cdot A\cdot X=0$$

Una cónica es el lugar geométrico de los puntos autoconjugados de una forma bilineal simétrica de matriz A.

$$|A|\neq 0\ no\ degenerada\quad |A|=0\ degenerada$$

$$A_{33}>0\begin{cases}a_{11}\cdot|A|<0\ elipse\ real\\a_{11}\cdot|A|>0\ elipse\ imaginaria\\|A|=0\ dos\ rectas\ imaginarias\ conjugadas\end{cases}$$

$$A_{33}<0\begin{cases}|A|\neq 0\ hipérbola\ real\\|A|=0\ rectas\ reales\ concurrentes\end{cases}$$

$$A_{33}=0\begin{cases}|A|\neq 0\ parábola\ real\\|A|=0\ dos\ rectas\ paralelas\begin{cases}A_{11}<0\ reales\ y\ distintas\\A_{11}=0\ una\ recta\ doble\\A_{11}>0\ imaginarias\end{cases}\end{cases}$$

Y además $ax^2+2bx+c=0$ son rectas

Centro $=\left(\frac{A_{31}}{A_{33}},\frac{A_{32}}{A_{33}}\right)$

Pendiente del eje de la parábola$=-\frac{a_{12}}{a_{22}}$

Ecuación reducida:

Elipse e hipérbola:

$$\lambda_1\cdot(x')^2+\lambda_2\cdot(y')^2+\frac{|A|}{A_{33}}=0$$

$\lambda_1\ y\ \lambda_2\ son\ los\ autovalores\ de\ A_{33}$

Parábola:

$$(y')^2=\pm 2\sqrt{\frac{-|A|}{(a_{11}+a_{22})^3}}\cdot x'$$

El signo + ó – depende del sentido dado al eje OX´

Polar de un punto P: es el lugar geométrico (recta) de los puntos conjugados de P con respecto a la cónica. $X^t \cdot A \cdot P = 0$

Teorema: Las polares de todos los puntos de una recta pasan por el polo de dicha recta.

Teorema: Las tangentes a la cónica son polares de sus puntos de contacto.

Se llaman asíntotas de una cónica a las tangentes en sus puntos del infinito, o sea las polares de los puntos del inifinito.

El polo de la recta del infinito ($x_3 = 0$) se llama centro de la cónica.

Directriz de una cónica es la polar de un foco.

Diámetro es la polar de cualquier punto del infinito, y deben pasar por el centro, si lo tiene.

Dos diámetros se dice que son conjugados cuando el polo de uno pertenece al otro y viceversa.

Una cónica es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya relación de distancias a un punto llamado foco y a una recta llamada directriz es una constante denominada excentricidad:

$$e = \frac{+\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}}{\frac{Ax+By+C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}}=1$$

$Foco\ (\alpha,\beta)$

$directriz: Ax + By + C = 0$

$$\left.\begin{cases} Cónica \\ y-\beta = i(x-\alpha) \end{cases}\right\} \rightarrow Focos\ (\alpha,\beta)$$

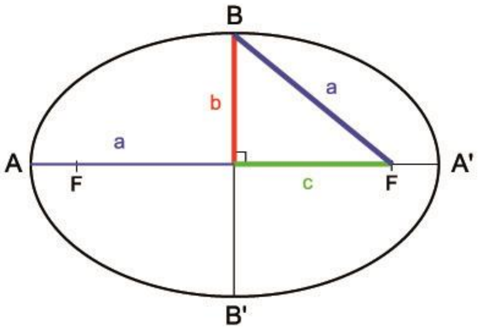
Discriminante =0 e igualar partes reales e imaginarias

$$Invariantes: \begin{cases} traza\ A_{33} = a_{11} + a_{22} \\ \det A_{33} \\ |A| \end{cases}$$

Elipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$c^2=a^2-b^2$$



e:

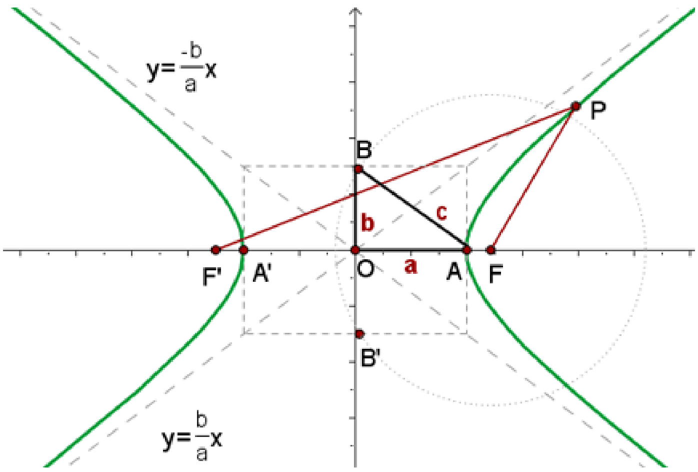
Hipérbola

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$excentricidad \equiv \frac{c}{a}>1$$

$$asíntotas: y=\pm\frac{b}{a}x$$



Parábola

$$y^2=2px$$

$$excentricidad=1$$