

LA CIRCUNFERENCIA.

1. Estudia si las siguientes ecuaciones corresponden o no a circunferencias. En caso afirmativo halla su centro y su radio.

a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 8 = 0$

b) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$

d) $2x^2 - 9y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$

Sol: a) No. b) Sí. $C(3/2, 1/2)$, $r = 2$ c) Sí. $C(2, -3)$, $r = 5$ d) No.

2. Halla la ecuación de una circunferencia sabiendo que uno de sus diámetros tiene como extremos los puntos $A(3, 5)$ y $B(-1, 2)$.

Sol: $(x - 1)^2 + (y - 7/2)^2 = \frac{25}{4}$

3. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(0, -4)$ y cuyo centro es $(-2, 1)$.

Sol: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 29$

4. Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $P(3, 1)$ y $Q(-1, 2)$ y cuyo radio es 3.

Sol: $\left(x - 1 - \frac{\sqrt{323}}{34}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2} - \frac{2\sqrt{323}}{17}\right)^2 = 9$ ó $\left(x - 1 + \frac{\sqrt{323}}{34}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2} + \frac{2\sqrt{323}}{17}\right)^2 = 9$.

5. Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(1, 5)$, $B(0, -2)$ y $C(-1, -3)$.

Sol: $3x^2 + 3y^2 + 32x - 14y - 40 = 0$.

6. Halla la ecuación de la circunferencia concéntrica con $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 5 = 0$ y cuyo radio es $\sqrt{3}$.

Sol: $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + (y + 1)^2 = 3$

7. Halla la ecuación de la circunferencia concéntrica con $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 5 = 0$ y pasa por el punto $(4, 2)$.

Sol: $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 36 = 0$

- 8.** Escribe la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $(3, 5)$ y que es tangente a la recta $4x + 3y - 2 = 0$

$$\text{Sol: } (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

- 9.** Halla la ecuación de la circunferencia cuyo radio es $\sqrt{3}$, pasa por el origen de coordenadas y cuyo centro está en la recta $x + y = 0$.

$$\text{Sol: } \left(x - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(y + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3 \quad \text{ó} \quad \left(x + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(y - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3.$$

- 10.** Averigua la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(0, -3)$, cuyo radio es $\sqrt{5}$ y cuyo centro se encuentra en la bisectriz del primer y tercer cuadrantes.

$$\text{Sol: } (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 5 \quad \text{ó} \quad (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 5$$

- 11.** Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(3, 1)$ y $(-1, 2)$ y cuyo centro está en la recta $x - 2y + 1 = 0$.

$$\text{Sol: } \left(x - \frac{6}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{14}\right)^2 = \frac{901}{196}$$

- 12.** Halla la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo de vértices $(0, 1)$, $(4, 3)$ y $(0, 5)$.

$$\text{Sol: } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{25}{4}$$

- 13.** Halla la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo del ejercicio anterior.

$$\text{Sol: } (x - \sqrt{5} + 1)^2 + (y - 3)^2 = 6 - 2\sqrt{5}$$

- 14.** Encuentra las tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ desde el punto exterior a ella $P(3, 0)$.

$$\text{Sol: } y = \frac{2\sqrt{5}}{5}(x - 3), \quad y = -\frac{2\sqrt{5}}{5}(x - 3)$$

- 15.** Halla la ecuación de la tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ en el punto $P(1, \sqrt{3})$.

$$\text{Sol: } x + \sqrt{3}y - 4 = 0$$

- 16.** Halla la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje de ordenadas en el origen de coordenadas y que es tangente también a la recta $3x + 4y - 8 = 0$.

Sol: $(x-1)^2 + y^2 = 1$ ó $(x+4)^2 + y^2 = 16$

- 17.** Averigua la posición relativa de las circunferencias $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ y $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$.

Sol: *Tangentes exteriores.*

- 18.** Averigua la posición relativa de las circunferencias $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ y $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$.

Sol: *Secantes.*

- 19.** Averigua la posición relativa de las circunferencias $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ y $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$.

Sol: *Secantes.*