

## REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES.

**1.** Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{3x^3}{2x^2 - 5x + 2}$

g)  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}\right)$

b)  $f(x) = \frac{1}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2}$

h)  $y = \frac{1}{e^x - 1}$

c)  $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$

i)  $y = \operatorname{tg}(2x)$

d)  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{x+1}}$

j)  $y = \sec(2x)$

e)  $y = \ln(-2x - 5)$

k)  $y = \sqrt{\operatorname{sen} x}$

f)  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}\right)$

l)  $y = \sqrt{\ln(\operatorname{sen} x)}$

Sol: a)  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$ ; b)  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$  c)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]; [2, +\infty)$ ; d)  $(-\infty, -1); \left[\frac{2}{3}, +\infty\right)$ ;

e)  $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right)$ ; f)  $(-\infty, -2); (2, +\infty)$ ; g)  $(-\infty, -2); (-1, 1); (2, +\infty)$ ; h)  $\mathbb{R} - \{0\}$ ;

i)  $\mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{4}\right\} (n \in \mathbb{Z})$ ; j)  $\mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{4}\right\} (n \in \mathbb{Z})$ ; k)  $[2n\pi, (2n+1)\pi] (n \in \mathbb{Z})$ ;

l)  $\left\{\frac{\pi}{2} + 2n\pi\right\} (n \in \mathbb{Z})$ .

**2.** ¿En qué puntos son continuas las funciones del ejercicio anterior?

**3.** Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{si } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

c)  $y = \operatorname{sen}^2 x$

b)  $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$

d)  $y = |\operatorname{sen} x|$

Sol: a) Par. b) Impar. c) Par. d) Par.

**4.** Averigua si las funciones del ejercicio anterior son periódicas. En caso afirmativo, indica el período.

Sol: a)  $T = 1$ ; b)  $T = \frac{\pi}{2}$ ; c)  $T = \pi$ ; d)  $T = \pi$ .

**5.** Determina los puntos de intersección con los ejes de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = e^x - 2$

d)  $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$

b)  $y = 3^x + 3^{2-x} - 10$

e)  $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$

c)  $f(x) = \ln(x+1) - \ln x - 1$

f)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x$

Sol: a)  $(0, -1), (\ln 2, 0)$ ; b)  $(0, 0), (2, 0)$ ; c)  $\left(\frac{1}{e-1}, 0\right)$ ; d)  $\left((4n+1)\frac{\pi}{2}, 0\right) (n \in \mathbb{Z})$ ;

e)  $\left(n\frac{\pi}{2}, 0\right) (n \in \mathbb{Z})$ ; f)  $(0, 1), \left((4n+3)\frac{\pi}{4}, 0\right) (n \in \mathbb{Z})$ .

**6.** Halla las asíntotas de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{3x^3}{2x^2 - 5x + 2}$

e)  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}\right)$

b)  $f(x) = \frac{1}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2}$

f)  $y = \frac{1}{e^x - 1}$

c)  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{x+1}}$

g)  $y = \operatorname{tg}(2x)$

d)  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}\right)$

h)  $y = \operatorname{sec}(2x)$

Sol: a)  $x = \frac{1}{2}, x = 2, y = \frac{3}{2}x + \frac{15}{4}$ ; b)  $x = 0, x = 1, y = 0$ ; c)  $x = -1, y = \sqrt{3}$ ; d)  $x = -2, x = 2, y = 0$ ; e)  $x = -2, x = -1, x = 1, x = 2, y = 0$ ; f)  $x = 0, y = 0, y = -1$ ; g)  $x = (2n+1)\frac{\pi}{4} (n \in \mathbb{Z})$ ; h)  $x = (2n+1)\frac{\pi}{4} (n \in \mathbb{Z})$ .

**7.** Calcula los extremos relativos y los intervalos de monotonía de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = e^x - 2$

d)  $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$

b)  $y = 3^x + 3^{2-x} - 10$

e)  $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$

c)  $f(x) = \ln(x+1) - \ln x - 1$

f)  $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x$

Sol: a) *Creciente en  $\mathbb{R}$ , no tiene extremos*; b) *Creciente en  $(1, +\infty)$ , decreciente en  $(-\infty, 1)$ , mínimo relativo en 1*; c) *Decreciente en  $(0, +\infty)$ , no tiene extremos*; d) *Creciente en  $\left(2n\pi, (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)$ , decreciente en  $\left((2n+1)\frac{\pi}{2}, (2n+2)\frac{\pi}{2}\right)$ , máximos relativos en  $(4n+1)\frac{\pi}{2}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ); e) *Creciente en  $\left((4n-1)\frac{\pi}{4}, (4n+1)\frac{\pi}{4}\right)$ , decreciente en  $\left((4n+1)\frac{\pi}{4}, (4n+3)\frac{\pi}{4}\right)$ , máximos relativos en  $(4n+1)\frac{\pi}{4}$ , mínimos relativos en  $(4n+3)\frac{\pi}{4}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ); f) *Creciente en  $\left((8n-3)\frac{\pi}{4}, (8n+1)\frac{\pi}{4}\right)$ , decreciente en  $\left((8n+1)\frac{\pi}{4}, (8n+5)\frac{\pi}{4}\right)$ , máximos relativos en  $(8n+1)\frac{\pi}{4}$ , mínimos relativos en  $(8n-3)\frac{\pi}{4}$ , ( $n \in \mathbb{Z}$ ).***

**8.** Calcula los puntos de inflexión y determina la curvatura de las funciones del ejercicio anterior.

Sol: a) Convexa en  $\mathbb{R}$ , no tiene puntos de inflexión; b) Convexa en  $\mathbb{R}$ , no tiene puntos de inflexión; c) Convexa en  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ , cóncava en  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ , punto de inflexión en  $x = \frac{1}{2}$ ; d) Cóncava en  $(2n\pi, (2n+1)\pi)$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ), no tiene puntos de inflexión; e) Convexa en  $((2n-1)\pi, 2n\pi)$ , cóncava en  $(2n\pi, (2n+1)\pi)$ , puntos de inflexión en  $n\pi$  ( $n \in \mathbb{Z}$ );

f) Convexa en  $\left((8n-5)\frac{\pi}{4}, (8n-1)\frac{\pi}{4}\right)$ , cóncava en  $\left((8n-1)\frac{\pi}{4}, (8n+3)\frac{\pi}{4}\right)$ , puntos de inflexión en  $x = (8n-1)\frac{\pi}{4}$  y  $x = (8n+3)\frac{\pi}{4}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

**9.** Estudia y representa las siguientes funciones:

a)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$

b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$

c)  $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 1$

d)  $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$

e)  $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$

f)  $y = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

g)  $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

h)  $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$

i)  $y = \frac{1}{x-2}$

j)  $y = \frac{x-1}{x-2}$

k)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

l)  $y = \frac{1}{x^2+1}$

m)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

n)  $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

o)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$

p)  $f(x) = \frac{4x-3}{x^2-4x+3}$

q)  $y = \frac{x}{x^2+1}$

r)  $y = \frac{x}{x^2-1}$

s)  $y = \frac{x^2-1}{x}$

t)  $y = \frac{x^2}{x-1}$

u)  $y = \frac{x^3}{x^2+1}$

v)  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

w)  $y = +\sqrt{4-x^2}$

x)  $y = +\sqrt{x^2-4}$

y)  $y = +\sqrt{x-2}$

z)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

aa)  $y = x \cdot e^x$

bb)  $y = \frac{e^x}{x}$

cc)  $f(x) = \frac{x}{e^x}$

dd)  $f(x) = e^{-x^2}$

ee)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$$\text{ff) } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\text{gg) } y = \frac{\ln x}{x}$$

$$\text{hh) } f(x) = x \cdot \ln x$$

$$\text{ii) } f(x) = \ln|x|$$

$$\text{jj) } y = \ln(x^2 - 2x)$$

$$\text{kk) } y = \text{sen}(2x)$$

$$\text{ll) } y = \text{sen}^2 x$$

$$\text{mm) } y = \text{sen } x + \text{cos } x$$

www.academiasanclaudio.info